Exercices proposés

ANALYSE

Primitives immédiates et quasi-immédiates

$$\int 4x^7 - \frac{2}{x^3} + \sqrt[4]{x^3} - \frac{1}{x^2} + \sqrt{2} \, dx =$$

$$\int 7x^3 + \frac{2}{x^4} - \sqrt[5]{x^3} + \frac{1}{\sqrt{x}} - \pi \, dx =$$

$$\int 2 \sin 3x - \frac{1}{\cos^2 7x} \, dx =$$

$$\int 3 \cos 4x + \frac{1}{\cos^2 5x} \, dx =$$

$$\int \frac{3}{\sqrt{8x-1}} \, dx =$$

$$\int \frac{5}{(6x+2)^2} \, dx =$$

$$\int x(2x-1)^2 \, dx =$$

$$\int x(3x+2)^2 \, dx =$$

1. Calculer les primitives suivantes :

$$\int \cos 6x \, dx; \int 3x - e^{4x} \, dx; \int \frac{5x+3}{(5x^2+6x-5)^4} \, dx; \int \frac{1}{x \ln^4 x} \, dx; \int 2xe^{3x} \, dx; \int \frac{12x}{(3x^2-5)^3} \, dx$$

2. Calculer $\int_0^{\pi/3} 3x \cos 2x \, dx$

3. Calculer et représenter l'aire délimitée par $f(x) = x^2 + 2$ et $g(x) = x + 2$

4. Calculer l'aire délimitée par $f(x) = e^{3x}$, l'axe OX et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$

5. Calculer l'aire délimitée par $f(x) = -10x^2 + 23x - 12$, l'axe OX et les droites $x = -1$ et $x = 1$

6. Calculer l'aire délimitée par $f(x) = \frac{1}{2x}$, l'axe OX entre les bornes -3 et -2

7. Calculer l'aire limitée par $f(x) = \sin x$ et $g(x) = \cos x$ entre les bornes 0 et π

8. Calculer l'aire limitée par $f(x) = \operatorname{tg} x$ et les droites d'équations $y = 0$, $x = -\pi/3$ et $x = \pi/4$

9. Calculer le volume engendré par la rotation autour de l'axe OX de la surface limitée par $f(x) = e^{2x}$ et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 2$

10. Calculer l'aire délimitée par $f(x) = -10x^2 + 23x - 12$, l'axe OX et les droites $x = -1$ et $x = 1$

11. Calculer l'aire délimitée par $f(x) = \sin 2x$, l'axe OX entre les bornes $\pi/8$ et $\pi/4$

12. Calculer l'aire délimitée par $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4x-2}}$, l'axe OX et les bornes $a = 1$ et $b = 2$

PROBABILITES

- 1) Les hauteurs de 400 jeunes sapins un an après leur plantation sont considérées distribuées selon une loi normale, avec une taille moyenne de 66 cm et un écart-type de 3 cm.

Calculer le nombre probable de sapins ayant une taille :

- a) au moins égale à 70 cm
- b) comprise entre 60 cm et 72 cm

Quelle est la taille maximum du sapin faisant partie des 30% les plus petits

Quelle est la taille minimum du sapin pour qu'il soit considéré comme faisant partie des 80% des plus grands

- 2) Une maladie a 35% de chance de toucher un individu. Calculer la probabilité que sur une population de 100000 habitants, 10% seulement soit atteint.
- 3) On joue à pile ou face avec une pièce truquée. La probabilité de tomber sur pile est de $\frac{1}{3}$. Si on jette 25 fois la pièce, calculer la probabilité de tomber 10 fois sur pile et 15 fois sur face
- 4) Dans une réserve de magasin, se trouvent 50 postes TV et on doit former un échantillon de 15 postes. Déterminer de combien de manières différentes, on peut former cet échantillon si
- a) aucun échantillon ne peut contenir un poste bien précis car il est abîmé
 - b) chaque échantillon doit contenir un poste bien précis car il est offert en cadeau
- 5) De combien de manières un ensemble de 6 livres de math et 4 livres d'anglais peuvent-ils être rangés sur une planche pour que les ouvrages consacrés à la même matière soient les uns à côté des autres ?
Idem mais seuls les livres de math doivent rester groupés.
- 6) Sur 25 personnes, 14 lisent la revue A, 9 la revue B et 3 les deux revues. De combien de manières peut-on choisir 6 personnes parmi les 25 si
- a. chacune des 6 lit au moins une revue
 - b. 4 d'entre elles lisent la revue A, 2 la revue B et chacune d'elles ne lisant qu'une seule revue
 - c. 5 d'entre elles lisent au moins la revue A
- 7) Une entreprise comprend 14 personnes. On désigne un groupe de 3 représentants qui doivent se rendre chacun en prospection dans une ville déterminée. Combien de choix possibles a-t-on ?

GEOMETRIE

1) Soit la conique $\Gamma \equiv 9x^2 - 18x + 25y^2 + 100y = 116$

On demande

- le type de conique, les foyers, les sommets, l'excentricité
- le schéma
- l'équation d'une tangente au point d'abscisse 5 et d'ordonnée positive
- l'équation d'une tangente dont le coef. dir vaut 3
- l'équation d'une tangente issue du point (1, 2)

2) Soit la conique $\Gamma \equiv 9x^2 - 18x - 25y^2 - 100y = 316$

On demande

- le type de conique, les foyers, les sommets, l'excentricité
- le schéma
- l'équation de la tangente issue du point (9,1) ainsi que les points de contact

3) Rechercher les équ. des normales à $P \equiv y^2 = 5x$ aux points d'abscisse $2/5$.

4) Soient A(-1,-2,7) B(-1,0,4) C(2,-1,-5)

- déterminer l'équation param. du plan ABC
- chercher le point d'intersection avec OX
- rechercher l'équation cartésienne de la droite perpendiculaire au plan ABC passant par D(1,8,5)

5) Rechercher le point d'intersection éventuel entre le plan $\alpha \equiv 2x - 4y + z + 2 = 0$ et la droite parallèle à d passant par (-1,2,-3) si $d \equiv \frac{2x-1}{3} = \frac{3y-2}{4} = 5-z$

6) Calculer l'angle entre les droites d et d' si

$$d \equiv \begin{cases} x = 3 - \lambda \\ y = \frac{1}{2} + \lambda \\ z = 4 \end{cases} \quad \text{et} \quad d' \equiv x + 2 = 9 - y = \frac{4z - 1}{3}$$